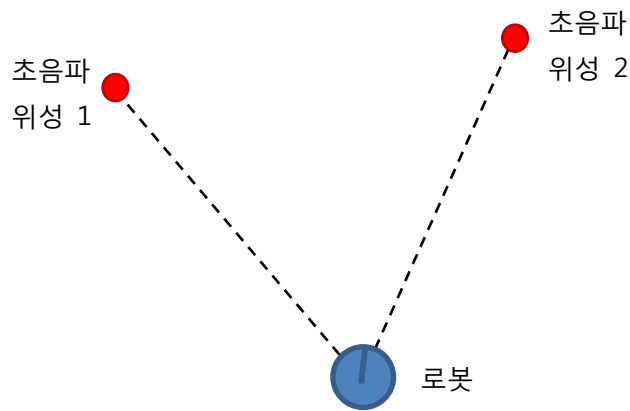


Extended Kalman Filter Localization

초음파 위성을 이용한 위치인식

KITECH 양광웅 작성

초음파 위성이 초음파를 발산하여 초음파 수신기가 이를 수신하였을 때, 초음파가 발산되어 수신될 때까지의 시간을 측정함으로써 초음파 위성과 초음파 수신기 간의 거리를 계산할 수 있다. 이 거리와 바퀴의 오도메트리로부터 Extended Kalman Filter를 사용하여 이동로봇의 위치를 추정할 수 있다.



칼만필터 변수의 정의

위치와 공분산 행렬

칼만필터에서 사용되는 로봇의 상태와 상태에 대한 공분산 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ \theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yx} & \sigma_{\theta x} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{\theta y} \\ \sigma_{x\theta} & \sigma_{y\theta} & \sigma_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{x}$ 는 로봇의 상태(위치와 방향)을 나타내는 벡터고 $\mathbf{P}$ 는 로봇의 상태에 대한 공분산 행렬이다.

초음파 위성의 위치 데이터

N 개의 초음파 위성에 대한 정보를 가지는 집합 S 는 다음과 같다.

$$S = \{\mathbf{s}^{(i)} \mid i=1, \dots, N\}$$

$$\mathbf{s}^{(i)} = \begin{bmatrix} x_s^{(i)} & y_s^{(i)} & z_s^{(i)} \end{bmatrix}^T$$

여기서 $\mathbf{s}^{(i)}$ 는 집합 내에서 i 번째 초음파 위성에 대한 전역공간에서 미리 알려진 위치 벡터다.

초기값 설정

칼만필터로 로봇의 위치추정을 시작할 때, 로봇의 초기 상태(위치와 방향)는 알려져야 한다. 여기서는 상태 0에서 시작하는 것으로 설정한다.

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

로봇의 이동에 의한 위치 예측

위치 추정값

좌우 바퀴의 이동량으로부터 로봇의 위치를 추정한다.

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^- &= f(\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}) \\ &= \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \begin{bmatrix} \Delta s \cos(\theta + \Delta\theta / 2) \\ \Delta s \sin(\theta + \Delta\theta / 2) \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{u}_{k-1} = \begin{bmatrix} \Delta s_r \\ \Delta s_l \end{bmatrix}$$

$$\Delta s = \frac{\Delta s_r + \Delta s_l}{2}, \quad \Delta\theta = \frac{\Delta s_r - \Delta s_l}{b}$$

여기서 $\Delta s_r, \Delta s_l$ 은 마지막 샘플링 기간동안 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴가 각각 회전하여 이동한 양이다. b 는 차동바퀴형 로봇의 좌우 바퀴간의 거리다.

공분산 행렬

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}_k \mathbf{P}_{k-1} \mathbf{A}_k^T + \mathbf{W}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{W}_k^T$$

$$\mathbf{A}_k = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}=\mathbf{u}_{k-1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta s \sin(\theta + \Delta\theta/2) \\ 0 & 1 & \Delta s \cos(\theta + \Delta\theta/2) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}_k = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} \bigg|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{u}=\mathbf{u}_{k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) - \frac{\Delta s}{2b} \sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) & \frac{1}{2} \cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) + \frac{\Delta s}{2b} \sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) \\ \frac{1}{2} \sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) + \frac{\Delta s}{2b} \cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) & \frac{1}{2} \sin(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) - \frac{\Delta s}{2b} \cos(\theta + \frac{\Delta\theta}{2}) \\ \frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \begin{bmatrix} k_r |\Delta s_r| & 0 \\ 0 & k_l |\Delta s_l| \end{bmatrix}$$

$$\Delta s = \frac{\Delta s_r + \Delta s_l}{2}, \quad \Delta\theta = \frac{\Delta s_r - \Delta s_l}{b}$$

여기서 k_r, k_l 은 좌우 바퀴의 에러 상수다.

센서 측정에 의한 위치 보정

Case 1: 초음파 수신 센서가 로봇 좌표계에서 ${}^R(0, 0, z_o)$ 위치에 설치되어 있을 때

Case 2: 초음파 수신 센서가 로봇 좌표계에서 ${}^R(x_o, y_o, z_o)$ 위치에 설치되어 있을 때

센서의 측정 모델

로봇이 $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ 위치에서 i 번째 초음파 위성까지의 거리를 측정하는 경우, 센서의 측정 모델은 다음과 같다.

Case 1:

$$h(\mathbf{s}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}_k^-) = [\hat{\rho}_k^{(i)}] = \left[\sqrt{(x_s^{(i)} - \hat{x}_k^-)^2 + (y_s^{(i)} - \hat{y}_k^-)^2 + (z_s^{(i)} - {}^W z_o)^2} \right]$$

여기서 $\mathbf{s}^{(i)}$ 는 로봇이 인식한 i 번째 초음파 위성의 전역공간에서의 위치 벡터다.

Case 2:

$$h(\mathbf{s}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}_k^-) = [\hat{\rho}_k^{(i)}] = \left[\sqrt{(x_s^{(i)} - {}^W x_o)^2 + (y_s^{(i)} - {}^W y_o)^2 + (z_s^{(i)} - {}^W z_o)^2} \right]$$

로봇 좌표계에서 센서의 위치 ${}^R[x_o \ y_o \ z_o]^T$ 를 전역 좌표계에서 센서의 위치 ${}^W[x_o \ y_o \ z_o]^T$ 로 바꾸는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
{}^W \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{R}_z(\hat{\theta}_k^-) {}^R \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \hat{x}_k^- \\ \hat{y}_k^- \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta}_k^- & -\sin \hat{\theta}_k^- & 0 \\ \sin \hat{\theta}_k^- & \cos \hat{\theta}_k^- & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot {}^R \begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \hat{x}_k^- + {}^R x_o \cos \hat{\theta}_k^- - {}^R y_o \sin \hat{\theta}_k^- \\ \hat{y}_k^- + {}^R x_o \sin \hat{\theta}_k^- + {}^R y_o \cos \hat{\theta}_k^- \\ {}^R z_o \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

칼만 이득 계산

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{\rho\rho} \end{bmatrix}$$

$\mathbf{R}_k$ 는 센서의 측정 오차에 대한 공분산 행렬이다.

Case 1:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{s}=\mathbf{s}^{(i)}, \mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \begin{bmatrix} -\frac{x_s^{(i)} - \hat{x}_k^-}{\rho_k^{(i)}} & -\frac{y_s^{(i)} - \hat{y}_k^-}{\rho_k^{(i)}} & 0 \end{bmatrix}$$

Case 2:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial h}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{s}=\mathbf{s}^{(i)}, \mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k^-} = \begin{bmatrix} -\frac{x_s^{(i)} - {}^W x_o}{\rho_k^{(i)}} & -\frac{y_s^{(i)} - {}^W y_o}{\rho_k^{(i)}} & \frac{(x_s^{(i)} - {}^W x_o)\alpha - (y_s^{(i)} - {}^W y_o)\beta}{\rho_k^{(i)}} \end{bmatrix},$$

$$\alpha = ({}^R x_o \sin \hat{\theta}_k^- + {}^R y_o \cos \hat{\theta}_k^-), \quad \beta = ({}^R x_o \cos \hat{\theta}_k^- - {}^R y_o \sin \hat{\theta}_k^-).$$

위치 보정

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k^{(i)} - h(\mathbf{s}^{(i)}, \hat{\mathbf{x}}_k^-))$$

$$\mathbf{z}_k^{(i)} = \begin{bmatrix} \rho_k^{(i)} \end{bmatrix}$$

여기서 $\rho_k^{(i)}$ 은 로봇의 초음파 수신기에서 측정한 i번째 초음파 위성까지의 거리다.

오차 공분산 계산

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_k^-$$